

ΑΡΧΙΜΗΔΕΙΑ ΣΤΕΡΕΑ

Αφιερωμένο σε όλους τους μαθητές μου

Κυριακή Ποτόγλου

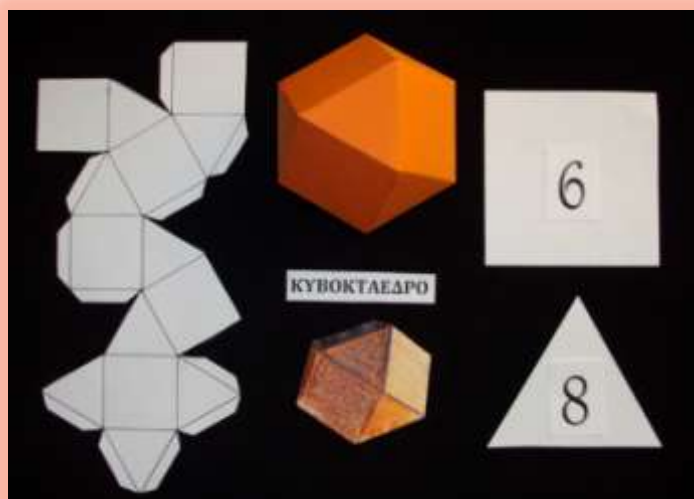
Στην εφευρετική διάνοια του Αρχιμήδη αποδίδονται τα 13 ημικανονικά πολύεδρα τα οποία προέρχονται από τον τεμαχισμό των γωνιών, την προέκταση των εδρών και τη συνένωση των Πλατωνικών στερεών που είναι το τετράεδρο (φωτιά), το εξαέδρο (γη), το οκτάεδρο (αέρας), το εικοσάεδρο (νερό) και το δωδεκάεδρο (σύμπαν). Οι έδρες των Αρχιμήδειων στερεών είναι κανονικά πολύγωνα διάφορων ειδών όλες οι κορυφές των οποίων είναι ισοδύναμες, δηλαδή έχουν την ίδια διάταξη γύρω από κάθε κορυφή. Σε αυτή την εργασία παρουσιάζεται το οριζόντιο σχέδιο (ανάπτυγμα), το τρισδιάστατο στερεό, το σχέδιό του, ο αριθμός και το είδος πολυγώνων που χρειάζεται για να κατασκευάσετε κάθε ένα από τα 13 στερεά του Αρχιμήδη

και να δημιουργήσετε τα δικά σας πολύεδρα, συνδυάζοντας τα Μαθηματικά και τις Τέχνες.



Για την κατασκευή του πρώτου Αρχιμήδειου στερεού που είναι το κόλουρο τετράεδρο (η φωτιά του Πλάτωνα χωρίς τις γωνίες) σχεδιάζουμε και κόβουμε στο χαρτόνι δύο είδη πολυγώνων, ένα ισοσκελές τρίγωνο και ένα

κανονικό εξάγωνο, οι πλευρές των οποίων πρέπει να είναι ίσες. Με τα δύο πολύγωνα σαν οδηγό σύμφωνα με τη διάταξη του αναπτύγματος στην εικόνα σχεδιάστε όλο το ανάπτυγμα σε ένα ενιαίο κομμάτι χαρτόνι. Χρησιμοποιήστε χαρτόνι για να εξασφαλίσετε στερεή κατασκευή, κοπίδι για να χαράξετε ευθείες ακμές και να διπλώσετε το χαρτόνι, ψαλίδι για να κόψετε τα περιγράμματα και ρευστή κόλλα για την τελική ένωση του στερεού. Στο τέλος του άρθρου περιγράφεται η κατασκευή των έξι πολυγώνων που χρησιμοποίησε ο Αρχιμήδης.



Το δεύτερο Αρχιμήδειο στερεό είναι το κυβοκτάεδρο που αποτελείται από έξι τετράγωνα και οκτώ ισοσκελή τρίγωνα, μοιάζει με διαμάντι.

Ακολουθώντας το ανάπτυγμα φτιάχνουμε τα δύο είδη πολυγώνων στις διαστάσεις που θέλουμε σε ένα κομμάτι χαρτόνι (το τετράγωνο και το τρίγωνο πρέπει να έχουν ίσες ακμές) χαράσσουμε με το

κοπίδι το σύνολο των γραμμών του αναπτύγματος ώστε να διπλώσει προς τα μέσα, κόβουμε με ψαλίδι το περίγραμμα.

Αν θέλετε διακοσμήστε τα στερεά σας με χρυσόσκονη, σπρέι, χρώματα, κολλήστε χάνδρες, κόψτε σχήματα από την επιφάνεια του ώστε να φαίνεται το εσωτερικό της κατασκευής, αφήστε τη φαντασία σας ελεύθερη. Τέλος κολλήστε αφού στεγνώσει η διακόσμηση,

προσεκτικά και σταδιακά την κατασκευή σας με ρευστή κόλλα σε σωληνάριο.

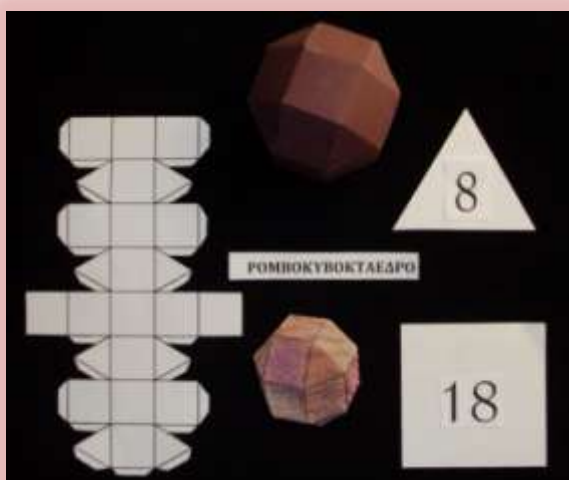
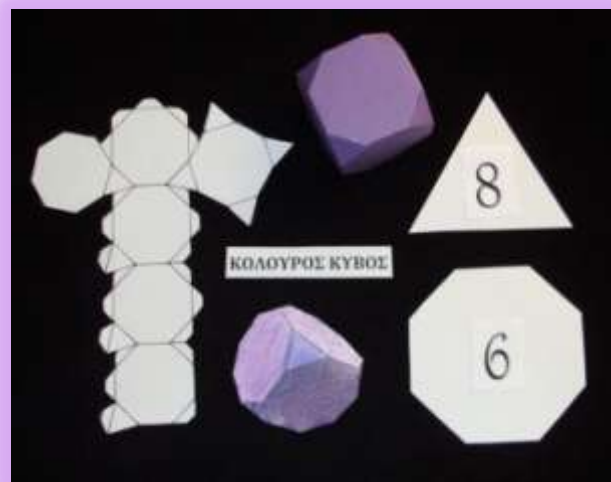


Αυτό είναι το τρίτο Αρχιμήδειο στερεό. Το συνθέτουν έξι τετράγωνα και οκτώ εξάγωνα και ονομάζεται κολουρο οκτάεδρο. Στην Φλωρεντία οι αστρονόμοι των Μεδίκων κατασκεύαζαν κομψά ηλιακά ρολόγια - πυξίδες με αυτό το στερεό και τα τοποθετούσαν σε ξύλινη βάση.

Σε κάθε ανάπτυγμα αφήνουμε λοξές προεκτάσεις (περιθώρια), θα

λυγίσουμε τα περιθώρια προς τα μέσα και θα βάλουμε κόλλα για να ενώσουμε το στερεό ώστε να γίνει τρισδιάστατο. Η διαδικασία αυτή της ένωση των εδρών χρειάζεται προσοχή, χρόνο και υπομονή.

Ένας σπασμένος κύβος από οκτώ ισοσκελή τρίγωνα και έξι οκτάγωνα είναι το τέταρτο Αρχιμήδειο στερεό. Ετοιμάστε οκτώ ίδιους κολουρους κύβους, κολλήστε τέσσερις κάθετα τον έναν πάνω από τον άλλο και τέσσερις κύβους γύρω από τις πλευρές του δεύτερου κύβου της κάθετης σειράς, θα δημιουργήσετε με αυτό τον τρόπο ένα τρισδιάστατο Σταυρό.

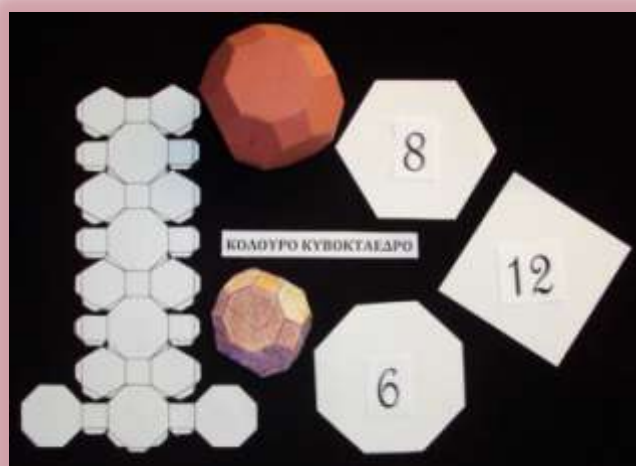


Στο Βατικανό τον 17^ο αιώνα, το ρομβοκυβοκτάεδρο (είναι το πέμπτο Αρχιμήδειο στερεό) «αστεροποιήθηκε». Οι καλλιτέχνες το μετέτρεψαν σε αστέρι της Βηθλεέμ, προεκτείνοντας τις 26 πλευρές του με 26 μακρόστενες πυραμίδες σαν ακτίνες. Τα γλυπτά διακοσμητικά αστέρια μεγάλων διαστάσεων βρίσκονται ψηλά πάνω σε οβελίσκους η κοσμούν εκκλησίες της Ρώμης της εποχής Μπαρόκ.

Η «περί σφαιροποιΐας» μελέτη του Αρχιμήδη (287-212 π.Χ) ανήκει στα μη διασωθέντα ή μη αποκαλυφθέντα μέχρι σήμερα συγγράμματα. Ο Πάππος ο Αλεξανδρεύς (290-350 μ.Χ) διέσωσε τη μελέτη του Αρχιμήδη στο πέμπτο βιβλίο της οκτάτομης «Συναγωγής» σήμερα βρίσκεται στη Βιβλιοθήκη του Βατικανό.

Το κόλουρο κυβοκτάεδρο παράγεται από τρία είδη διαφορετικών πολυγώνων με συνδυασμό δώδεκα τετραγώνων, έξι οκταγώνων και οκτώ εξαγώνων.

Προκύπτει από την ένωση δύο Πλατωνικών στερεών του κύβου-γη και του οκτάεδρου-αέρα, μια ενδιαφέρουσα μορφή που πλησιάζει τη σφαίρα. Είναι αξιοσημείωτο να αναφερθεί ότι διεθνώς τα πολύεδρα αναφέρονται με ελληνική ορολογία.



Το έκτο στερεό είναι το εικοσιδώδεκαέδρο προέρχεται από το εικοσάεδρο-νερό και δωδεκάεδρο-σύμπαν κατά τον Πλάτωνα, αποτελείται από ισοσκελή τρίγωνα και πεντάγωνα. Τα αναπτύγματα η αλλιώς δίκτυα των Αρχιμήδειων στερεών περιγράφονται λεπτομερειακά από τους αναγεννησιακούς καλλιτέχνες που ασχολήθηκαν και διέδωσαν την Ευκλείδεια Γεωμετρία στην Ευρώπη που είχαν μεταφράσει οι Άραβες λόγιοι. Ο φλωρεντίνος ζωγράφος-μαθηματικός Πίερο ντέλλα Φραντσέσκα (1420-1492), ο γερμανός ζωγράφος και χαράκτης Άλμπρεχ Ντύρερ (1471-1528) στα θεωρητικά έργα τους παρουσίασαν αναπτύγματα,

είναι τα επίπεδα σχέδια που φαίνονται στις εικόνες, που όταν διπλωθούν και ενωθούν θα προκύψει ένα τρισδιάστατο γεωμετρικό αντικείμενο με πολλές έδρες.

Η μορφή του έκτου Αρχιμήδειου στερεού αποτελούμενη από είκοσι ισοσκελή τρίγωνα και δώδεκα δεκάγωνα είναι περίπλοκη γιατί οι ακμές των τριγώνων πρέπει να προσαρμοστούν στις ακμές των δεκαγώνων. Πρόκειται για δύσκολο αλλά όχι ανέφικτο στερεό.

Ο Λεονάρντο ντα Βίντσι (1452-1519) σχεδίασε στη Βενετία 60 σχέδια πολυέδρων με ακουαρέλα και μελάνη για το τρίτομο έργο «θεϊκές αναλογίες» του φίλου του και μαθηματικού Λούκα Πατσιόλι (1445-1517) που φυλάσσεται σήμερα στην Αμβροσιανή Βιβλιοθήκη στο Μιλάνο.

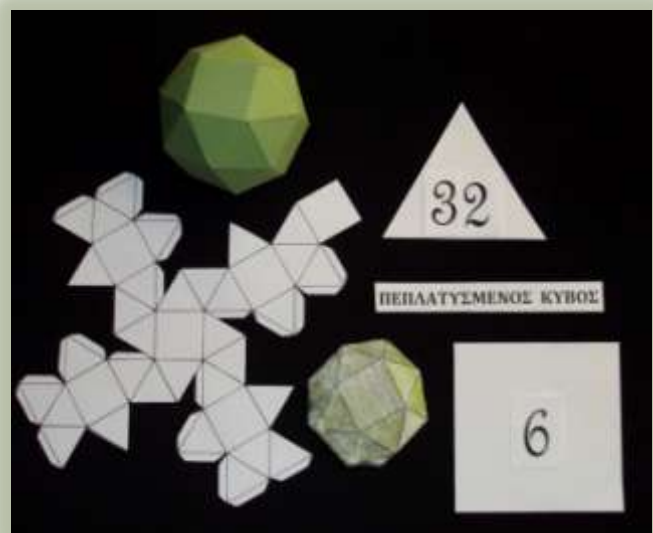




Το κόλουρο εικοσάεδρο είναι ένα πολύεδρο διάσημο αφού κατασκευάστηκε σαν μπάλα ποδοσφαίρου στη Δανία το 1950. Έχει συνολικά 32 έδρες όπου εναλλάσσονται 12 πεντάγωνα και 20 εξάγωνα

Μπορείτε να φτιάξετε στολίδια για το Χριστουγεννιάτικο δένδρο με στερεά η μόμπιλε (κινούμενη κατασκευή) για το δωμάτιο σας.

Οι έδρες αυξάνονται στο δέκατο Αρχιμήδειο στερεό. 32 ισοσκελή τρίγωνα συναντούν τις ακμές 6 τετράγωνων είναι ο πεπλατυσμενος κυβος. Για να αιωρείται η κατασκευή σας στο χώρο περάστε πετονιά ή κλωστή στο στερεό σας πριν κολλήσετε το τελευταίο περιθώριο. Με τον τρόπο αυτό θα στρέφεται γύρω από τον άξονα του όταν κρεμαστεί.



Ο γερμανός αστρονόμος Γιοχάνες Κέπλερ (1571-1630) στην «Αρμονία του κόσμου», ένα βιβλίο γεμάτο σχέδια με αστρονομικές πολυεδρικές επινοήσεις, συνέβαλε στην συστηματική κατανόηση των πολυέδρων του Πλάτωνα και του Αρχιμήδη.

Στην εικόνα εμφανίζεται το πιο περίπλοκο πολύεδρο, ονομάζεται κόλουρο εικοσιδω-δεκάεδρο. Η κατασκευή του απαιτεί υπομονή και αρκετή δουλειά. Τριάντα τετράγωνα, δώδεκα δεκάγωνα και είκοσι εξάγωνα έχει συνολικά 62 έδρες.

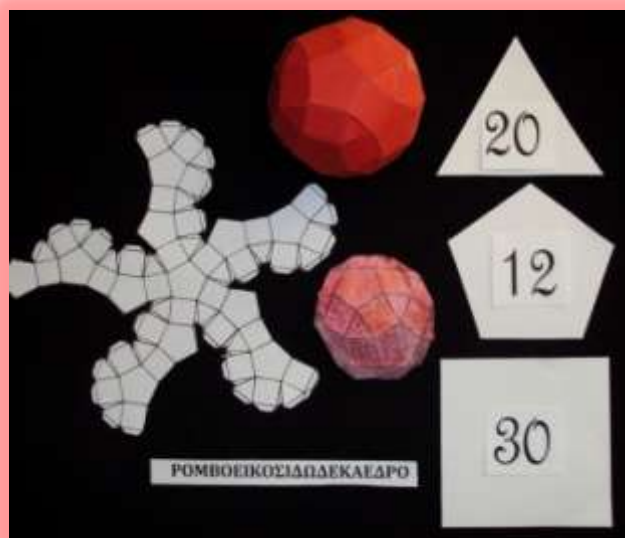


G. Loria στην Ιστορία των Μαθηματικών αναφέρει για την «περί σφαιροποιΐας»

μελέτη του Αρχιμήδη: «Λέγεται ότι έγραψε ακόμη ένα έργον περί ημικανονικών πολυέδρων, ήτοι σχημάτων του χώρου περιοριζόμενων υπό κανονικών πολυγώνων διαφόρων ειδών. Διά μέσων αγνώστων εις ημάς, προσδιόρισε τον αριθμόν αυτών εις δεκατρία, ωθηθείς πιθανώς από την εξέτασιν των δύο γνωστών εις τον Πλάτωνα».

Το προτελευταίο Αρχιμήδειο στερεό ονομάζεται ρομβοεικοσιδωδεκάεδρο έχει 62 έδρες και περιλαμβάνει τρία είδη πολυγώνων: είκοσι τρίγωνα, δώδεκα πεντάγωνα και τριάντα τετράγωνα. Μια σχεδόν τέλεια σφαιρική επιφάνεια.

Το δεκατο τρίτο και τελευταίο στερεό, είναι το πεπλατυσμένο δωδεκάεδρο, στο οποίο διακρίνεται έντονα η αναζήτηση του Αρχιμήδη για τη σφαιρικότητα της γεωμετρικής φόρμας. Ο σκοπός της «Σφαιροποιίας» επιτεύχθηκε σε αυτήν την κατασκευή που διαιρείται σε 92 επίπεδα.



Τα Μαθηματικά είναι βασικό συστατικό της Τέχνης όπως π.χ στα Αραβουργήματα. Ο ισπανός σουρεαλιστής Σαλβαντόρ Νταλί, χρησιμοποιεί τη Χρυσή Τομή σε πίνακες όπως η «Τελευταία Σύνταξη». Στα έργα του Κορνέλιους Εσσερ (ολλανδός χαράκτης) υπάρχουν πολυεδρα και τα Μαθηματικά εκφράζουν την αναζήτηση του καλλιτέχνη. Γλύπτες όπως ο Μπρανκούζι και ο Τζιακομέτι δημιούργησαν και σύγχρονοι καλλιτέχνες δημιουργούν γλυπτά και έργα Τέχνης με γεωμετρική δομή.

Το 1865 ο βέλγος μαθηματικός Ευγένιος Κάταλαν, το 1966 ο Νόρμαν Τζόνσον ανακάλυψαν νέα είδη πολυέδρων. Στην

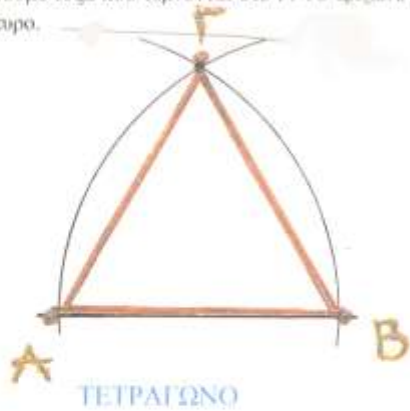
Αμερική το 1967 ο αρχιτέκτονας Ρίτσαρντ Φούλερ μελέτησε ένα είδος πολυεδρικού κάκτου και κατασκεύασε γεωδαιτικά κτίρια. Η γεωμετρική μορφή της φύσης είναι πηγή έμπνευσης των ανθρώπινων δραστηριοτήτων συχνά οδηγεί σε επιτυχή αποτελέσματα τις επιστημονικές έρευνες και τις εικαστικές δημιουργίες.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ: <http://www.georgehart.com> <http://mathworld.wolfram.com/ArchimedeanSolid>.
*Γραμμικόσχέδιο. Μονεμβασίτου Α. Παυλίδης Γ. Παυλίδη Α. ΟΕΔΒ 1998 *Ευκλείδεια Γεωμετρία ΟΕΔΒ Αθήνα Μαθηματική Εταιρεία Αργυρόπουλος Η, Βλάμος Π, Κατσούλης Γ, Μαρκάτης Σ, Σίδηρης Π. 2005 *Ευρυγένη Κ: Ιχνογραφία-εκδ.Γιαννελή. *Berence F: Πιέρο ντελα Φραντσέσκα Μέλισσα 1976 *Pacioli L:1509 Le divine proporzioni Αμβροσιανή βιβλιοθήκη, Italia Nardini 2004 *Wenniger, Magnus J. Polyhedron Models for the Classroom. NCTM 1966 *Make shapes 1-2 Gerald Jenkins Anne Wild Tarquin *Τεχνικό σχέδιο Ε. Μελετίου Κ-Καυκαρίσης Υπ. Παιδείας Κύπρου 1994 *G. Loria. Ιστορία των Μαθηματικών εκδόσεις ΕΜΕ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΜΕ ΚΑΝΟΝΑ ΚΑΙ ΔΙΑΒΗΤΗ

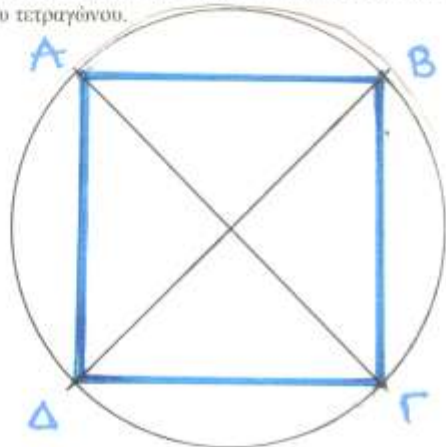
ΙΣΟΠΛΕΥΡΟ ΤΡΙΓΩΝΟ

Το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι ίσο με την πλευρά του ζητούμενου τριγώνου. Με κέντρα τα A και B και ακτίνα ίση με AB γράφουμε τόξα που τέμνονται στο Γ . Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.



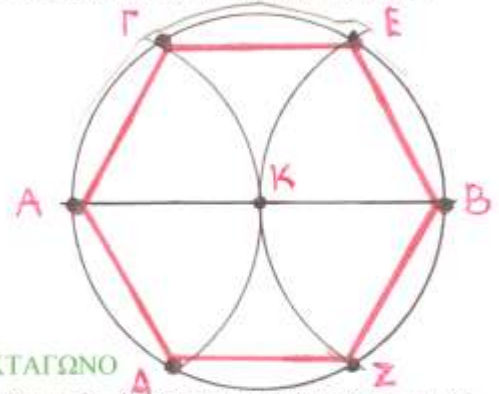
ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ

Σε έναν κύκλο φέρουμε δύο διαμέτρους $A\Gamma$ και $B\Delta$ κάθετες μεταξύ τους. Τα σημεία τομής με τον κύκλο είναι και οι κορυφές του τετραγώνου.



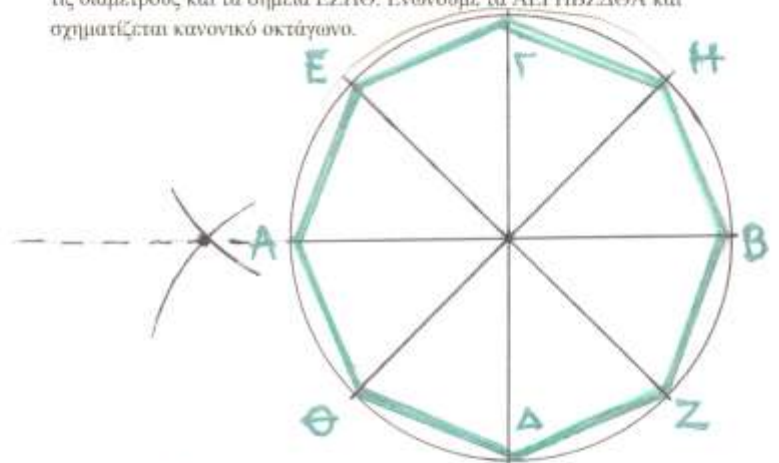
ΕΞΑΓΩΝΟ

Ορίζουμε σημείο K ως κέντρο του κύκλου. Σχεδιάζουμε τη διάμετρο AB . Με κέντρο το A και ακτίνα AK γράφουμε τόξο που να τέμνει την περιφέρεια στα σημεία Γ και Δ . Με κέντρο το B και ίδια ακτίνα γράφουμε τόξο που να τέμνει την περιφέρεια στα σημεία

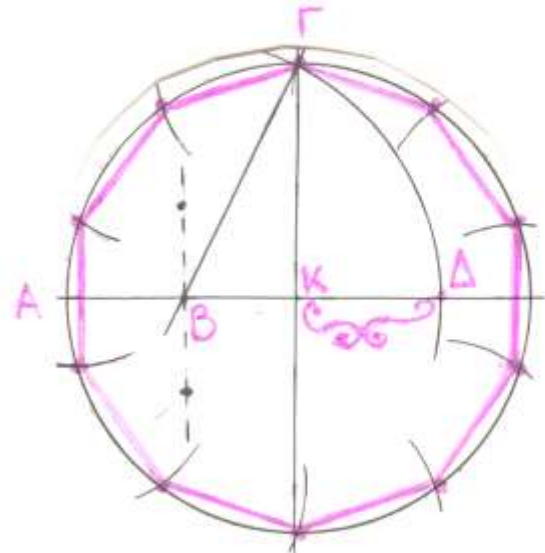
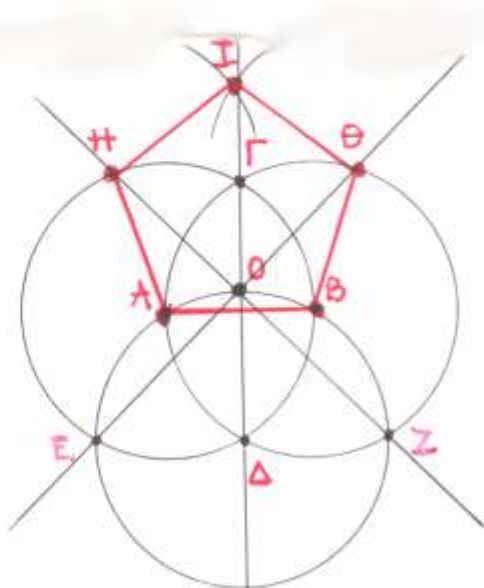


ΟΚΤΑΓΩΝΟ

Γράφουμε κύκλο και φέρουμε δύο διαμέτρους του κύκλου κάθετες μεταξύ τους, τις AB και $\Gamma\Delta$. Διχοτομούμε τις ορθές γωνίες που σχηματίζονται με τις διαμέτρους και τα σημεία $EZH\Theta$. Ενώνουμε τα $A\Gamma B\Delta Z\Theta A$ και σχηματίζεται κανονικό οκτάγωνο.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΕΝΤΑΓΩΝΟΥ 1. Φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα AB ίσο με την πλευρά. 2. Με κέντρα τα σημεία A και B και ακτίνα AB γράφουμε δύο κύκλους που τέμνονται στα σημεία Γ και Δ . Ενώνουμε τα σημεία Γ και Δ με ευθεία. 3. Με κέντρο το Δ και ακτίνα AB γράφουμε άλλο κύκλο οποίος τέμνει τους δύο προηγούμενους στα σημεία E και Z και το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$ στο σημείο O . 4. Ενώνουμε το E και το Z με το O και προεκτείνουμε τις ευθείες μέχρι να συναντήσουν τους δύο κύκλους στα σημεία H και Θ . 5. Με κέντρα τα σημεία H και Θ και ακτίνα την AB γράφουμε τόξα, που τέμνονται στο I . Ενώνουμε τα σημεία H και Θ και με ακτίνα την AB γράφουμε τόξα, που τέμνονται στο I . Ενώνουμε τα σημεία $B\Theta H A$ με ευθύγραμμα τμήματα, σχηματίζεται πεντάγωνο.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΕΚΑΓΩΝΟΥ. Φέρουμε δύο κάθετες διαμέτρους του κύκλου. Το σημείο B είναι το μισό της ακτίνας AK . Με κέντρο B και ακτίνα $B\Gamma$ γράφουμε τόξο BA . Το ευθύγραμμο τμήμα KA είναι η πλευρά του κανονικού δεκάγωνου. Από το Γ γράφουμε τόξα με ακτίνα KA πάνω στο κύκλο δεξιά αριστερά, ενώνουμε τα 10 σημεία των τόξων που διατρέσαμε το κύκλο, έχουμε ένα δεκάγωνο.